

Wykład VIII

Nośniki nadmiarowe w półprzewodnikach

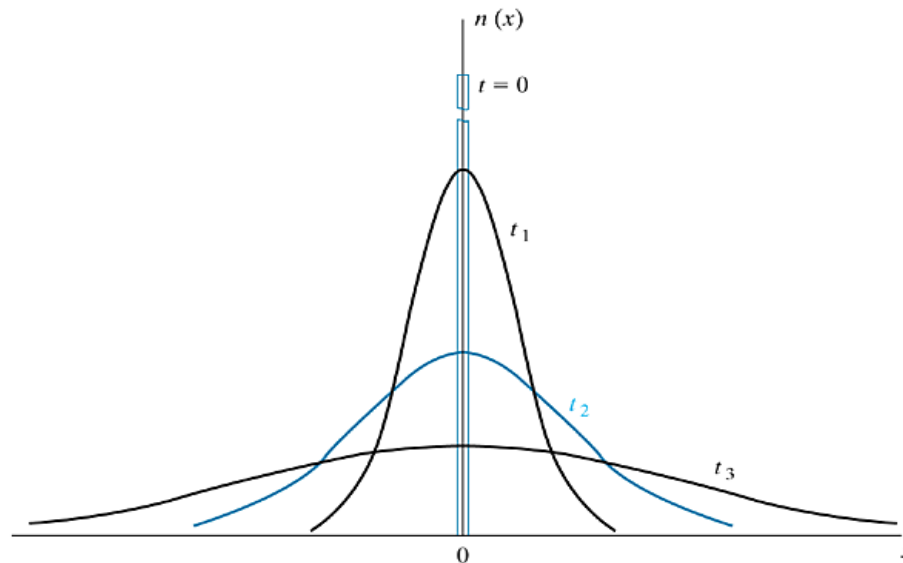
- Dyfuzja i unoszenie nośników
- Prąd wstrzykiwania, długość drogi dyfuzji
- Gradienty quazi-poziomów Fermiego

Główne mechanizmy transportu prądu

- dyfuzja jako wynik gradientu koncentracji
- dryft (unoszenie) w wyniku istnienia pola elektrycznego

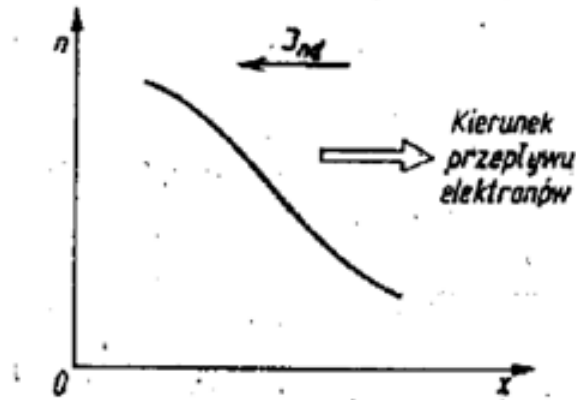
Dyfuzja nośników: jakikolwiek gradient n lub p powoduje ruch nośników z obszaru o wyższej koncentracji do obszaru o niższej koncentracji

Proces dyfuzji zachodzi w wyniku chaotycznego ruchu termicznego i zderzeń z siecią oraz z domieszkami

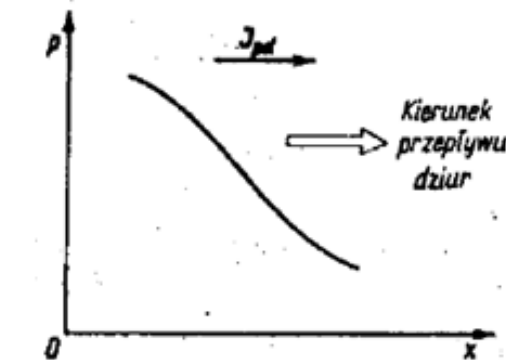


Gęstość prądu dyfuzyjnego

Prąd dyfuzyjny:
wynika z gradientu
koncentracji
nośników



$$J_n(\text{dyf}) = -(-q)D_n \frac{dn(x)}{dx} = +qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$



$$J_p(\text{dyf}) = -(+q)D_p \frac{dp(x)}{dx} = -qD_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Całkowity prąd w obecności pola elektrycznego

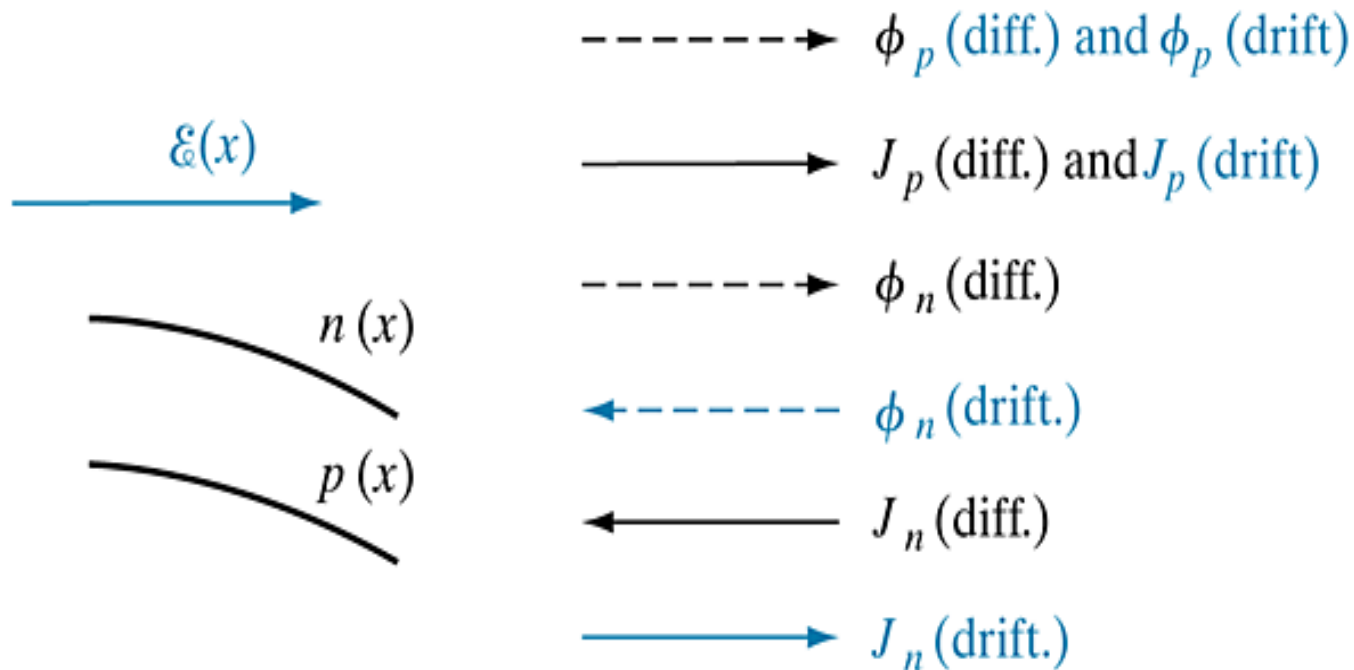
Całkowity prąd jest sumą prądu dyfuzyjnego (elektronowego i dziurowego) i prądu unoszenia (elektronowego i dziurowego) :

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}_n(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_p(\mathbf{x})$$

$$J_n(x) = q\mu_n n(x)\varepsilon(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$J_p(x) = q\mu_p p(x)\varepsilon(x) - qD_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Dyfuzja i unoszenie nośników - przykład



Uwaga: nośniki mniejszościowe mogą dawać istotny wkład do prądu dyfuzyjnego (gradienty!), zaś zwykle niewielki do prądu unoszenia (\sim do koncentracji).

W stanie równowagi, przez półprzewodnik nie płynie prąd ! Zatem jeśli na skutek fluktuacji nastąpi przepływ prądu dyfuzyjnego to natychmiast pojawia się pole elektryczne, które niweluje ten prąd.

Relacja Einsteina

Prąd dziurowy w stanie równowagi:

$$J_p(x) = q\mu_p p(x)\varepsilon(x) - qD_p \frac{dp(x)}{dx} = 0 \quad p = p_0$$

$$\varepsilon(x) = \frac{D_p}{\mu_p} \frac{1}{p_0(x)} \frac{dp_0(x)}{dx}$$

$$p_0 = n_i e^{(E_i - E_F)/kT} \longrightarrow \varepsilon(x) = \frac{D_p}{\mu_p} \frac{1}{kT} \left(\frac{dE_i}{dx} - \frac{dE_F}{dx} \right)$$

$$\frac{dE_F}{dx} = 0 \quad \frac{dE_i}{dx} = q\varepsilon(x) \quad \varepsilon(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = -\frac{d}{dx} \left[\frac{E_i}{(-q)} \right] = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx}$$

$$\varepsilon(x) = \frac{D_p}{\mu_p} \frac{1}{kT} \varepsilon(x)$$

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}$$

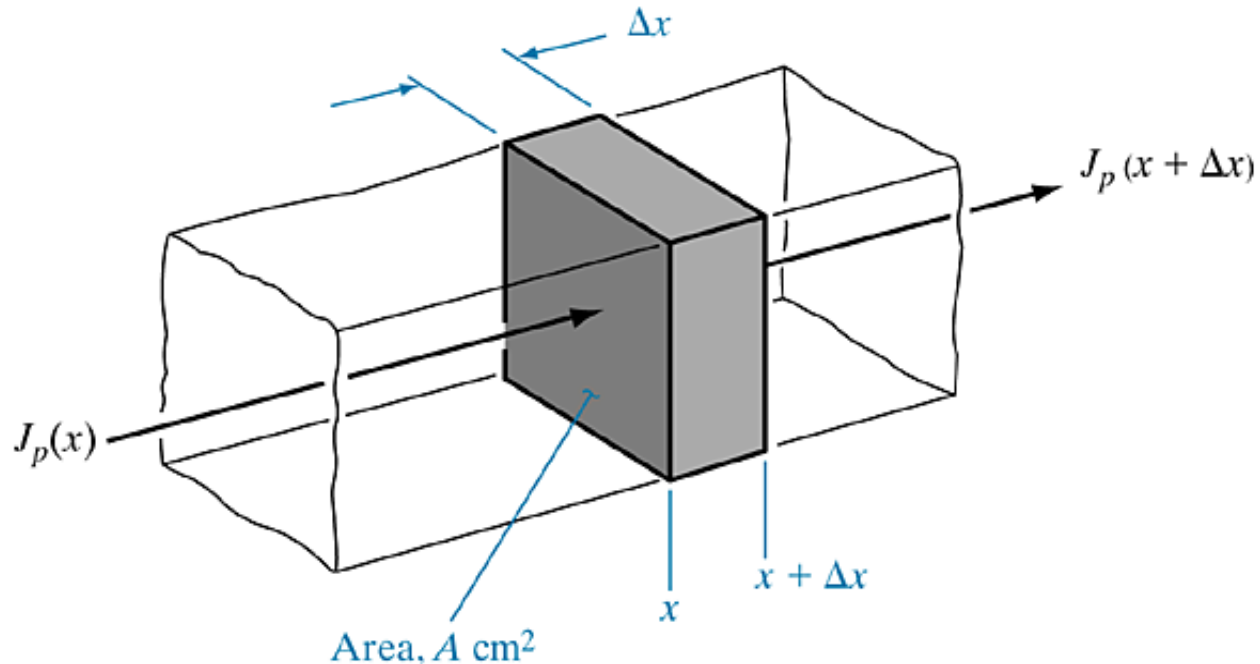
Współczynnik dyfuzji i ruchliwość nośników w półprzewodnikach samoistnych w $T=300\text{K}$.

	$D_n (\text{cm}^2 / \text{s})$	$D_p (\text{cm}^2 / \text{s})$	$\mu_n (\text{cm}^2 / \text{Vs})$	$\mu_p (\text{cm}^2 / \text{Vs})$
Ge	100	50	3900	1900
Si	35	12.5	1350	480
GaAs	220	10	8500	400

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}$$

Równanie ciągłości

Analizując procesy dyfuzji do tej pory zanedbywana była rekombinacja. Tymczasem musi być brana pod uwagę przy analizie transportu prądu, gdyż prowadzi do zmiany dystrybucji nośników.



Rozważmy prąd wchodzący i wychodzący z elementu objętości $\Delta x A$.

Równania ciągłości dla elektronów i dziur

- szybkość wzrostu ilości dziur = [wzrost koncentracji w elemencie objętości $(\Delta x A)$] – [szybkość rekombinacji]

$$\Delta j = q \Delta p v = q \Delta p \Delta x / \Delta t$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{x \rightarrow x + \Delta x} = \frac{1}{q} \frac{J_p(x) - J_p(x + \Delta x)}{\Delta x} - \frac{\delta p}{\tau_p}$$

Jeśli $\Delta x \rightarrow 0$, zmianę prądu można zapisać w postaci różniczki:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial \delta p}{\partial t} = - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} - \frac{\delta p}{\tau_p} \quad \text{dla dziur}$$

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial \delta n}{\partial t} = + \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} - \frac{\delta n}{\tau_n} \quad \text{dla elektronów}$$

Są to równania ciągłości, odpowiednio dla dziur i elektronów

Równania ciągłości dla elektronów i dziur

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} = + \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

Jeśli założyć, że nie ma prądu unoszenia tylko prąd dyfuzyjny:

$$J_n = J_n(\text{dyf}) = +qD_n \frac{dn(x)}{dx} = qD_n \frac{\partial \delta n}{\partial x} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \delta n}{\partial x^2} - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

i podobnie dla dziur:

$$\frac{\partial \delta p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \delta p}{\partial x^2} - \frac{\delta p}{\tau_p}$$

Są to równania opisujące proces dyfuzji, któremu towarzyszy proces rekombinacji.

Stan stacjonarny

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \delta n}{\partial x^2} - \frac{\delta n}{\tau_n} = 0 \quad \longrightarrow \quad D_n \frac{\partial^2 \delta n}{\partial x^2} = \frac{\delta n}{\tau_n}$$

Można przejść do różniczek zupełnych, bo w stanie stacjonarnym nie ma zależności od czasu

$$\frac{d^2 \delta n}{dx^2} = \frac{\delta n}{D_n \tau_n} = \frac{\delta n}{L_n^2} \quad \text{gdzie} \quad L_n = \sqrt{D_n \tau_n} \quad \text{długość dyfuzji dla elektronów}$$

$$\frac{d^2 \delta p}{dx^2} = \frac{\delta p}{D_p \tau_p} = \frac{\delta p}{L_p^2} \quad L_p = \sqrt{D_p \tau_p} \quad \text{długość dyfuzji dla dziur}$$

Rozwiązanie ogólne:

$$\delta p(x) = C_1 e^{x/L_p} + C_2 e^{-x/L_p}$$

Przykład

Założmy, że dziury są wstrzykiwane w $x = 0$, i niech $\delta p(x = 0) = \Delta p$.

$$\delta p(x) = C_1 e^{x/L_p} + C_2 e^{-x/L_p}$$

Wówczas z warunków brzegowych:

$$\delta p(x \rightarrow \infty) = 0 \quad \rightarrow \quad C_1 = 0 \quad \text{i} \quad C_2 = \Delta p,$$

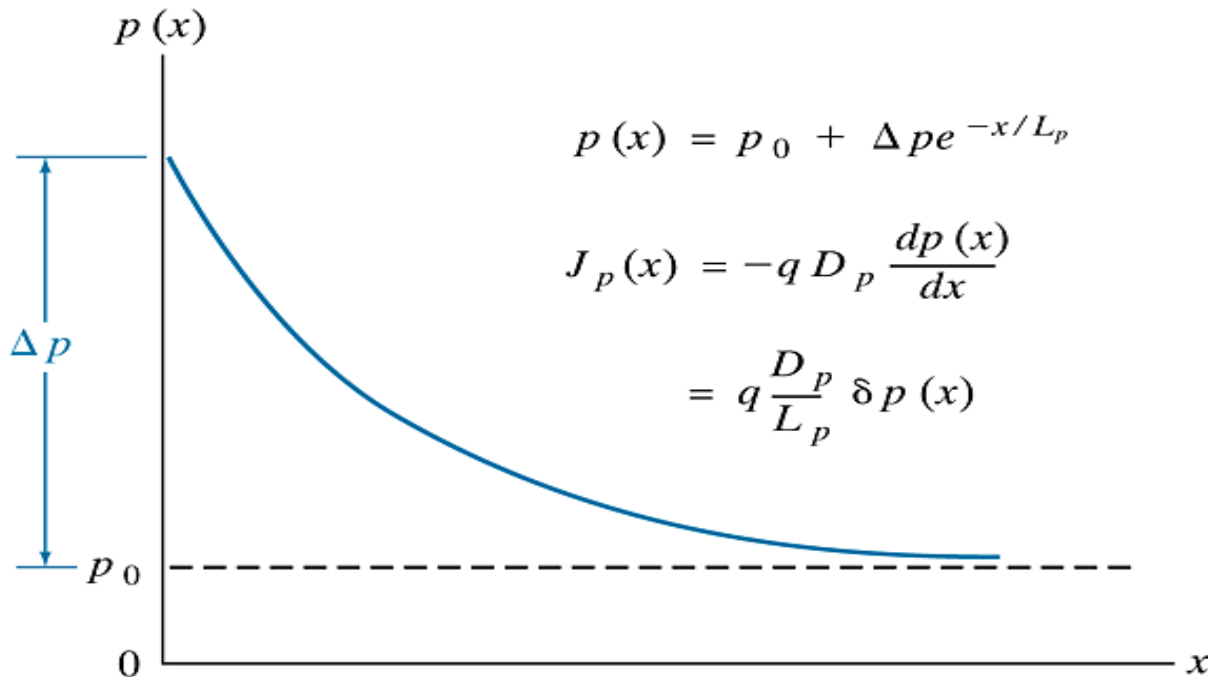
$$\delta p(x) = \Delta p e^{-x/L_p}$$

$$p(x) = p_0 + \Delta p e^{-x/L_p}$$

$$J_p(x) = -qD_p \frac{dp(x)}{dx} = q \frac{D_p}{L_p} \delta p(x)$$

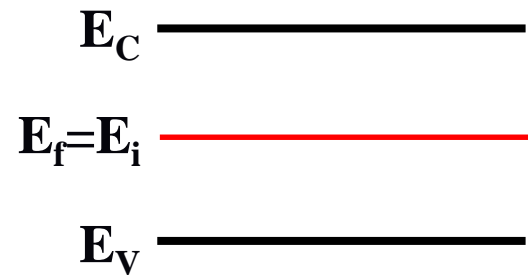
Przykład cd.

Na skutek rekombinacji, wstrzyknięta nadmiarowa koncentracja dziur maleje wykładniczo ze wzrostem x . Długość dyfuzji L_p , odpowiada odległości przy której nadmiarowa koncentracja dziur spada do wartości $1/e$ z wartości Δp .



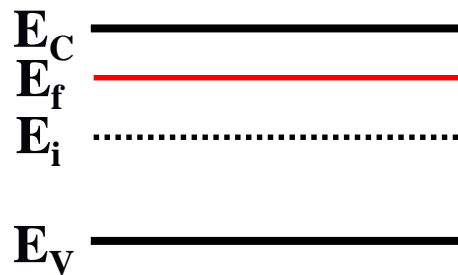
Wstrzyknięcie dziur w $x = 0$, prowadzi do rozkładu stacjonarnego $p(x)$ i prądu dyfuzyjnego $J_p(x)$.

Poziom Fermiego w półprzewodniku niezdegenerowanym



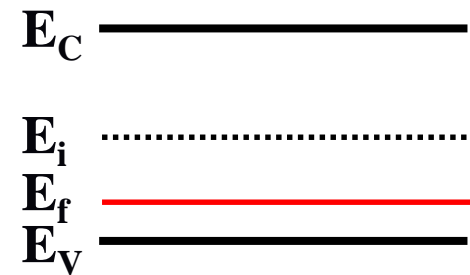
samoistny

$$n_i$$



n-typu

$$n = n_i \exp(E_f - E_i) / kT$$



p-typu

$$p = n_i \exp(E_i - E_f) / kT$$

Wpływ domieszkowania na poziom Fermiego E_f :

- n-typu: poziom Fermiego przesuwa się do góry
- p-typu: poziom Fermiego przesuwa się w dół

Kwazi-poziomy Fermiego

Wiadomo, że poziom Fermiego (E_F) ma znaczenie tylko gdy nie ma nośników nadmiarowych (tj. w stanie równowagi).

Można napisać wyrażenia na stacjonarne koncentracje dla elektronów i dziur, podobnie jak wyrażenia na koncentracje równowagowe, definiując oddzielne *kwazi-poziomy Fermiego* E_{fn} i E_{fp} odpowiednio dla elektronów i dziur:

$$n = n_i \exp(E_{fn} - E_i) / kT$$

$$p = n_i \exp(E_i - E_{fp}) / kT$$

Kwazi-poziomy Fermiego (E_{fn} i E_{fp}) są odpowiednikami równowagowego poziomu Fermiego E_f . Kiedy obecne są nośniki nadmiarowe, odchyłki E_{fn} i E_{fp} od E_f wskazują, na ile koncentracje elektronów i dziur (n i p) różnią się od równowagowych koncentracji (n_0 i p_0). Odległość między kwazi-poziomami Fermiego ($E_{fn} - E_{fp}$) jest miarą odchyłki od równowagi (w równowadze $E_{fn} = E_{fp} = E_f$)

Przykład

Załóżmy, że 10^{13} EHP/cm^3 jest generowanych optycznie (g_{op}) w ciągu każdej μs w próbce Si, w której $n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ i $\tau_n = \tau_p = 2\mu\text{s}$.

Wówczas stacjonarna nadmiarowa koncentracja elektronów i dziur jest równa $2 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

O ile procentowa zmiana koncentracji nośników większościowych (elektronów) jest mała, to koncentracja nośników mniejszościowych zmienia się z

$$p_0 = n_i^2/n_0 = (1.5 \times 10^{10})^2/10^{14} = 2.25 \times 10^6 \text{ cm}^{-3} \text{ (w równowadze)}$$

do

$$p = p_0 + \delta p = p_0 + g_{op}\tau_p = 2.25 \times 10^6 \text{ cm}^{-3} + (10^{13} \text{ EHP/cm}^3\mu\text{s}) \times (2\mu\text{s}) \\ = 2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3} \text{ (w stanie stacjonarnym)}$$

Należy zauważyć, że równanie $n_0p_0 = n_i^2$ spełnione w stanie równowagi, nie jest spełnione dla nośników nadmiarowych:

$$np \neq ni^2 \quad n = n_i \exp(E_{fn} - E_i) / kT$$

Przykład cd.

$$n_0 = 10^{14} \text{cm}^{-3}, \quad n_i = 10^{10} \text{cm}^{-3} \quad p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{10^{20}}{10^{14}} = 10^6 \text{cm}^{-3}$$

$$n = n_i \exp(E_F - E_i) / kT$$

Otrzymujemy:

$$E_F - E_i = 0,239 \text{eV}$$

Po oświetleniu:

$$\begin{aligned} n &= n_0 + \delta n = n_0 + g_{op} \tau_n = 10^{14} \text{cm}^{-3} + \left(\frac{10^{13} \text{EHP}}{\text{cm}^3 \mu\text{s}} \cdot 2 \mu\text{s} \right) = \\ &= 10^{14} \text{cm}^{-3} + 2 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3} = 1,2 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-3} \end{aligned}$$

Otrzymujemy:

$$E_{Fn} - E_i = 0,233 \text{eV}$$

Przykład cd.

Z równania:

$$p = \delta n = n_i \exp(E_i - E_{Fp}) / kT \quad E_i - E_{Fp} = 0,186 eV$$

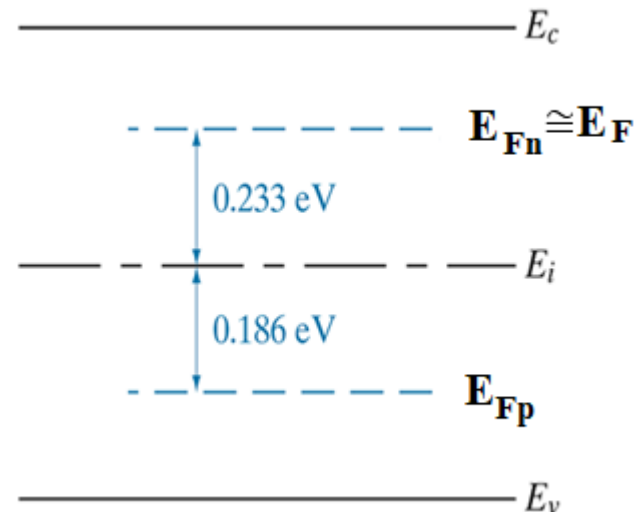
Przed oświetleniem: jeden poziom Fermiego dla elektronów i dziur

$$E_F - E_i = 0,239 eV,$$

Po oświetleniu: pojawiają się kwazi-poziomy Fermiego

$$E_{Fn} - E_i = 0,233 eV \quad E_i - E_{Fp} = 0,186 eV$$

Kwazi-poziomy Fermiego E_{Fn} i E_{Fp}
dla Si z $n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\tau_n = 2 \mu\text{s}$
i $g_{op} = 10^{13} \text{ EHP/cm}^3 \mu\text{s}$



EHP- ilość par elektron-dziura

Gradienty quasi-poziomów Fermiego

W stanie równowagi $grad E_F = 0$. Pojawienie się prądu unoszenia i dyfuzji prowadzi do gradientów quasi-poziomów Fermiego:

$$J_n(x) = q\mu_n n(x)\varepsilon(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$\frac{dn(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left[n_i e^{(F_n - E_i)/kT} \right] = \frac{n(x)}{kT} \left(\frac{dF_n}{dx} - \frac{dE_i}{dx} \right) \quad \frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}$$

$$\begin{aligned} J_n(x) &= q\mu_n n(x)\varepsilon(x) + \mu_n n(x) \left[\frac{dF_n}{dx} - \frac{dE_i}{dx} \right] \\ &= q\mu_n n(x)\varepsilon(x) + \mu_n n(x) \left[\frac{dF_n}{dx} - q\varepsilon(x) \right] \\ &= \mu_n n(x) \frac{dF_n}{dx} = q\mu_n n(x) \frac{d(F_n/q)}{dx} = \sigma_n(x) \frac{d(F_n/q)}{dx} \end{aligned}$$

$$J_p(x) = q\mu_p p(x) \frac{d(F_p/q)}{dx} = \sigma_p(x) \frac{d(F_p/q)}{dx} \quad * \quad \text{zmodyfikowane prawo Ohma}$$

Procesy unoszenia i dyfuzji nośników są równoważne przestrzennej zmianie quasi-poziomów Fermiego

Zadania

1. **Próbka samoistnego Si jest domieszkowana z jednej strony tak, że $N_D = N_0 \exp(-ax)$.**
 - a) **Znajdź wyrażenie na pole elektryczne $\varepsilon(x)$ w obszarze próbki, gdzie $N_D \gg n_i$**
 - b) **Oblicz $\varepsilon(x)$ dla $a = \frac{1}{\mu m}$**
 - c) **Narysuj diagram pasmowy i zaznacz kierunek pola $\varepsilon(x)$.**

2. **Współczynnik dyfuzji elektronów w krystalicznym Si jest równy $D = 36 \text{ cm}^2/\text{s}$ a ruchliwość $1350 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$. W pewnej próbce Si koncentracja elektronów maleje liniowo na dystansie $2\mu\text{m}$ od $n = 2.7 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ do $1 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$.**
 - a) **Ile wynosi gęstość prądu dyfuzyjnego wywołanego przez ten gradient?**
 - b) **Jaki spadek napięcia na tym dystansie będzie konieczny aby związany z nim prąd unoszenia skompensował ten prąd dyfuzyjny?**

3. Załóż, że w $T=300K$ w próbce krystalicznego Si typu p, ruchliwość elektronów jest równa $\mu_n = 1250 \text{cm}^2(\text{Vs})^{-1}$ co odpowiada koncentracji akceptorów $N_A = 10^{14} \text{cm}^{-3}$ i czasowi życia elektronów $\tau_n = 10^{-6} \text{s}$. Oblicz długość drogi dyfuzji elektronów.

Odp.

Zad.1.

a) $\frac{kT}{q_a}$ b) 259V/cm

Zad.2.

a) 749A/cm^2 b) 257V/cm

Zad.3

$56 \mu\text{m}$